

LES NOMBRES COMPLEXES

Extrait du programme officiel

Géométrie Plane : nombres complexes

Contenus	Modalités de mise en œuvre	Commentaires
<p><i>Le plan complexe : affixe d'un point ; parties réelle et imaginaire d'un nombre complexe. Conjugué d'un nombre complexe. Somme, produit, quotient de nombres complexes. Module et argument d'un nombre complexe : module et argument d'un produit, d'un quotient. Écriture $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$. Résolution dans \mathbb{C} des équations du second degré à coefficients réels. Interprétation géométrique de $z \mapsto z'$ avec $z' = z + b$ ou $z' - w = k(z - w)$ avec k réel non nul, ou $z' - w = e^{i\theta}(z - w)$.</i></p>	<p><i>Le vocabulaire sera introduit à partir de considérations géométriques. On retrouvera à cette occasion la notion de coordonnées polaires et celle sous-jacente, d'équation paramétrique d'un cercle (sous la forme $z = z_0 + re^{i\theta}$ ou $x = x_0 + r \cos\theta, y = y_0 + r \sin\theta$). La notation exponentielle sera introduite après avoir montré que la fonction $\theta \mapsto \cos\theta + i\sin\theta$ vérifie l'équation fonctionnelle caractéristique des fonctions exponentielles. On utilisera les nombres complexes pour traiter des exemples simples de configurations et résoudre des problèmes faisant intervenir des translations, des rotations, des homothéties.</i></p>	<p><i>La vision des nombres complexes est d'abord géométrique : calculs sur des points du plan. Les repérages cartésien et polaire introduits en première conduisent naturellement à deux écritures d'un nombre complexe. L'objectif est ensuite de montrer la puissance de ce calcul dans les problèmes de géométrie. On introduira dans ce chapitre quelques éléments lui donnant une dimension historique. Les nombres complexes permettent de retrouver et de mémoriser les formules trigonométriques d'addition et de duplication vues en première.</i></p>

Bilan du questionnaire sur les nombres complexes

Le bilan résulte de l'étude de 42 réponses.

Séquences d'enseignement :

Le chapitre sur les nombres complexes est abordé en début d'année de Terminale (1er trimestre), sur une durée variant de 10h à 35h (20h en moyenne).

Il est étudié en une seule fois (30 réponses) ou bien en deux temps (13 réponses), les transformations géométriques étant alors vues plus tard. La fonction exponentielle est parfois traitée en parallèle de ce chapitre.

Bilan des acquis :

Quarante deux enseignants ont renseigné le tableau suivant donnant les objectifs extraits du programme de terminale selon qu'ils sont acquis (a), en cours d'acquisition (ca) ou non acquis (na) pour un élève moyen de leur classe et à l'issue de la terminale.

	objectifs	a	ca	na
1	Calculer avec des nombres complexes sous forme algébrique.	40	2	0
2	Calculer le module et un argument d'un nombre complexe.	33	7	0
3	Calculer le module et un argument d'un produit, d'un quotient de nombres complexes.	27	13	0
4	Interpréter géométriquement un nombre complexe.	11	20	1
5	Utiliser les transformations géométriques associées à des fonctions complexes.	9	27	0
6	Résoudre dans \mathbb{C} une équation du second degré à coefficients réels.	38	4	0

Analyse du tableau :

Les élèves ont acquis les techniques de base de calculs avec des nombres complexes (cf. lignes 1, 2, 3 et 6). Pour la majorité, l'interprétation géométrique des complexes est en cours d'acquisition (cf. lignes 4 et 5).

Remarque : la notion de linéarisation des fonctions trigonométriques n'étant plus au programme, elle n'est abordée que de manière occasionnelle (15%) par les collègues du secondaire.

Les exercices-type proposés au lycée

Ils abordent le plus fréquemment les thèmes suivants :

- utiliser les différentes écritures des complexes en vue de calculer des valeurs exactes de lignes trigonométriques (cf. exercice 1) ;
- interpréter les calculs de modules et d'argument de manière géométrique (cf. exercice 2) ;
- étudier des lieux géométriques et des transformations à l'aide des complexes (cf. exercices 2,3 et 4) ;
- résoudre des équations de degré deux ou trois (cf. exercice 3).

Commentaires des collègues sur ce chapitre

C'est un chapitre riche en notions pour les élèves. Il demande des connaissances en trigonométrie, en géométrie et en calcul algébrique qui font souvent défaut aux élèves. Plusieurs enseignants regrettent que la maladresse des élèves vis à vis des calculs algébriques (manipulation de fractions, de racines carrées, des identités remarquables par exemple) ne permettent pas d'exploiter toute la richesse des situations géométriques notamment.

Notes du groupe

Compte tenu des remarques des collègues du secondaire, il serait judicieux en première année de s'appuyer sur les connaissances des étudiants en calculs algébriques (à réactiver en début d'année) et de reprendre entièrement l'aspect géométrique (qui demeure difficile pour les étudiants), en particulier, les notions de conjugué, de module et de complexe de module 1 ne sont pas maîtrisées par la grande majorité des élèves.

Enfin, une régulière et plus générale confusion des objets mathématiques en jeu (points et affixes, applications de \mathbb{C} dans \mathbb{C} et de \mathcal{P} dans \mathcal{P} , ...) s'ajoute aux difficultés des jeunes étudiants.